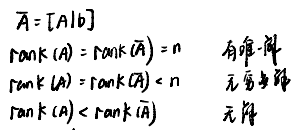
**Chap2. 线性规划**

**标准型：**

（只有C是行向量）

转换：

#凸集：

#定理：线性规划可行域是凸集，最优解是基可行解的线性组合。

#定义：对n个变量、m个约束的问题，基解是n-m个（非基）变量为0的解，基m×m对应系数矩阵A的满秩子矩阵。**即**

**单纯形法：**定义：基变量（带顶线），非基变量集合

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 目标函数系数 | | |  |
|  |  |  |  |
| 基变量目标函数系数 | 基变量 | 约束右边项 | 系数矩阵A |
|  | | | 检验系数 |

**单纯形表：**

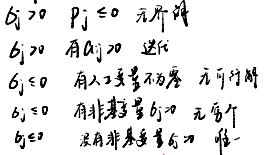
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | |  | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |
| 0 |  |  |  |  | 初始 |
|  | | |  | 0 |
|  |  |  |  |  | 最终 |
|  | | |  |  |

1. 令（初始）基变量为单位阵（）
2. **检验数**：

（是第列）

1. 若则为最优解，否则转4. 换基迭代
2. 入基选，**出基选**，转1.

**大M法**：若初始无法构筑基为单位阵（），则更改约束，强行引入变量，在目标函数中添加，保证取值一定为0（）

**两阶段法**：变量与约束修改同上，更改目标函数为，保证为0，解完后换回原目标函数

#几种特殊情况（没列举完）：

1. 无界解：
2. 无穷多解：

**Chap3. 对偶理论**

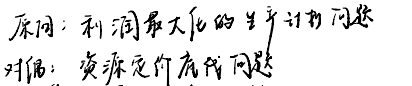
#定义：对偶问题基本型（注：为行向量）

#弱对偶性：，

#强对偶/最优性：最优解（由得）

#最优对偶解：已知，则（证明：）

**#互补松弛性**：为最优解的充要条件是**，**其中为松弛变量，即

即：当某资源存在剩余时，对应对偶解为0，反之亦然。

#影子价格：即资源的边际利润，由互补松弛性，某资源存在剩余时（非紧约束），影子价格为0；反之可取任意值。

**对偶单纯形法**：

1. 找对偶问题基可行解，即检验数，但变量**部分分量可为负**（最终要把全部变正）
2. **出基变量r：**
3. **入基变量s：**
4. 不断迭代直到

对偶单纯形法常用于灵敏度分析、整数规划二次求解。

**灵敏性分析：**

1. **约束项变化：**

更改单纯形表的后用对偶单纯性法求解

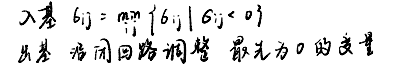
1. **目标函数系数变化：**直接在单纯形表中更正系数和检验数，若检验数大于0则说明最优解改变。
2. **工艺系数矩阵变化：**若变量对应的系数由变为，则更改单纯形表：添加新的一列，变量对应的列向量为，令出基，入基，重新求解单纯性表。
3. **添加新变量：**单纯形表添列，计算新变量检验数
4. **添加新约束：**看原解满不满足，不满足则添新变量入基

**Chap4. 运输问题**

一种特殊的、稀疏的线性规划问题，变量表示产地i运往销地j的物量，表示运费。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 产地\销地 | B1 | B2 | B3 | 产量 |
| A1 | c11 | c12 | c13 | a1 |
| A2 | c21 | c22 | c23 | a2 |
| 销量 | b1 | b2 | b3 |  |

1. 初始基可行解：共m+n-1个变量不为0（数字格），其余格子对应的变量均取0（非数字格）。**产销不平衡：虚拟产/销地！**
2. 对非数字格求检验数，小于0的入基迭代（默认目标函数是成本，如果是利润那么要反一下）

**闭回路法**：从每一非数字格出发可以找到**唯一由数字格连成的闭回路**，检验数就是边际效应，即，其中是从非数字格到闭回路**顶点格**走的“步数”，需要算自己（）

**位势法：**

对数字格：，解方程组（令任一）

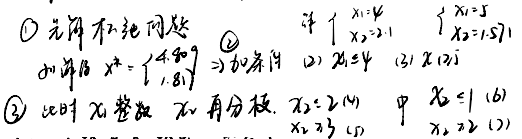
对非数字格：

**Chap5. 目标规划**

目标函数**，**引入不同时为0的偏差变量代替松弛变量，即

1. 希望尽可能大（不少于）：
2. 希望尽可能小（不超过）：
3. 希望相等（充分利用）：

**单纯形法：**检验数是的函数，按优先级分多行计算。不满足，选入基，出基

**Chap6. 整数规划**

**分支定界法：**

求解对应的线性规划，选最优解的某个变量往两侧分块

**割平面法：**

1. 保证松弛变量也为整数（）
2. 把最终约束化成：
3. 考虑新约束，如：

则：

（**为了对偶单纯性，最好新变量系数为1，b为负**）

**0-1 规划与指派问题：**

n人共n项任务，变量为第i人执行第j项任务

|  |  |
| --- | --- |
|  | 任务（n） |
| 成员（n） | 所需时间（n×n矩阵） |

**#定理：**矩阵的一行（列）减去该行（列）中最小元素（得到0元素），新矩阵求得的最优解与原矩阵相同。

**#独立0元素**：位于不同行不同列的0元素

**#定理：**n个独立0元素所在单元格即为最优解

若0元素较少找不到n个，则**先找m<n个“独0”**，然后：

1. 标记无‘独0’行→标记无‘独0’行中‘非独0’所在列→标记该列中‘独0’所在行→重复……
2. 对**非标记行**和**标记列**划线
3. 找**标记行**的最小元素a，**标记行**减a，**标记列**加a
4. 这样能保证矩阵仍然不出现负值，继续找‘独0’

**Chap7. 非线性规划**

**标准型：**（用可化为上式）

**一阶极值必要条件**：

**充分条件**：正定

即，当半正定（）时退化为必要条件

**F-J与K-T条件**（后者就是把除掉，最优点一般都满足）

可行方向：

解析解法：（步长×方向）

最优步长：（即：取到min值）

1. **最速下降**：
2. **牛顿法**：（即步长默认为1）
3. **变尺度法**：
4. **外点罚函数法**：

罚函数：

利用求解。

迭代停止条件：且

1. **内点罚函数法**：

罚函数：（不能有等式约束）

迭代停止条件：

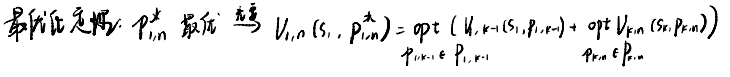
实际不是求和，只是集合一样列出来

**Chap8. 动态规划**

#定义：状态，决策，策略

指标函数：

从后往前推，效益综合：



**Chap9. 图论**

记 ，度 为端点连接的边数

**Dijkstra最短路算法**：（要求边权weight均为正）

1. v = smallest unknown distance vertex;
2. T[v].known = true;
3. for (each w adjacent to v){
4. if (!T[w].known && T[v].dist+Cvw < T[w].dist){
5. T[w].dist = T[v].dist+Cvw;
6. T[w].path = v; }}

**逐次逼近法：**（边权weight可以为负）

最多经过k个节点的最短路长：

收敛时：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 节点 | 边权矩阵 | 初始路径长 | 第i次路径长 |
| [v]n×1 | [W]n×n | [lsj]n×1 | [T]n×m |

**最大流问题：**割集

图的最大流量为分离到的最小割集流量

割集为分离源s和汇t的点集

**最小费用流：**每次找最小可增广费用路径，增加流量直到要求

**Chap11. 排队论** （以M/M/1/inf为例）

记：**单位时间顾客到达数，服务数**。顾客到达时间，间隔，店内人数为泊松分布，记。

1. 间隔为负指数分布，，
2. 时间为n阶Erlang分布，
3. 人数为泊松分布，*，*

**空闲概率**，**平均队长**，**平均排队长**（队长的单位是时间）

平均逗留/等待时间

**Chap13. 博弈论**

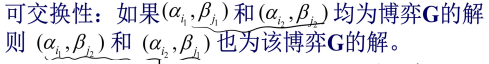
记：赢得（收益）矩阵A，为局中人1做决策，局中人2做决策时，局中人1能获得的收益，2要使对方收益最小

最优：局中人1： ；局中人2：

纳什均衡：一方单独改变策略不能获得更高的收益，即上面两人的最优点相同（鞍点条件：）

**线性规划求解混合策略**：

一般两人收益的数学期望，决策概率

可以给整个矩阵都加/减一个常数，最终结果不变。要求和均大于0，如果为负那么可以给矩阵都加一个数。